

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail

DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION



RESUME THEORIQUE & GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES

MODULE 06	APPLICATION DES NOTIONS GENERALES DE LA RDM

SECTEUR : BTP

SPECIALITE : CHEF DE CHANTIER TRAVAUX PUBLICS

NIVEAU : TECHNICIEN

REMERCIEMENTS

La DRIF remercie les personnes qui ont contribué à l'élaboration du présent document.

Pour la supervision :

M. Khalid BAROUTI	Chef projet BTP
Mme Najat IGGOUT	Directeur du CDC BTP
M. Abdelaziz EL ADAOUI	Chef de Pôle CDC /BTP

Pour la conception :

Mme REFFAS Fatima	Formatrice à l'ISB
Mme ROCHDI Fatima	Formatrice à l'ISB

Pour la validation :

Mme GUNINA Fatna	Formatrice animatrice au CDC /BTP
Mr TABTI Mohamed	Formateur animateur au CDC /BTP

Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.

DRIF

SOMMAIRE

MODULE : 8	*APPLICATION DES NOTIONS GENERALES DE LA RDM*

Durée : 90 Heures

OBJECTIF OPERATIONNEL

COMPORTEMENT ATTENDU

Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit connaître la mécanique théorique (R.D.M) selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent

CONDITIONS D'EVALUATION

- Travail individuel
- A partir de questions de cours écrites
- A partir des exercices.

CRITERES GENERAUX DE PERFORMANCE

- Bonne connaissance des différentes définitions
- Bonne compréhension des principes de calcul
- Bonne application des formules de calcul.

OBJECTIF OPERATIONNEL	
PRECISIONS SUR LE COMPORTEMENT ATTENDU	**CRITERES PARTICULIERS DE PERFORMANCE**
A. Connaître les notions de la statique.	• Vérification parfaite • Calcul exact des réactions des appuis
B. Définir les caractéristiques géométriques d'une section.	• Calcul parfait pour une section : - du centre de gravité - moment d'inertie - rayon de giration - noyau central d'une section rectangulaire ou circulaire
C. Calculer les contraintes correspondantes aux différentes sollicitations simples	• Définition exacte du domaine d'application de la RDM • Définition parfaite des différents types de sollicitations • Traçage correct des diagrammes : Avec indications des valeurs remarquables.

PRESENTATION DU MODULE

A titre indicatif :

Cette présentation doit :

- Situer le module par rapport au programme de formation;
- Donner une description sommaire des grandes étapes de déroulement des activités d'apprentissage concernant la compétence visée par le module;
- Préciser la durée du module et les volumes horaires alloués aux parties théorique et pratique.

L'objectif de ce module est de faire comprendre aux stagiaires les sollicitations correspondantes à chaque élément de structure et d'appliquer les formules de calcul de la résistance des matériaux pour la détermination des sections des différents éléments porteurs d'un bâtiment.

Le module se déroulera sous forme d'un cours théorique et des exercices d'application pratiques.

Module: 6 la connaissance de la RDM
RESUME THEORIQUE

-).

A- <u>Connaître les notions de la statique :</u>

- **<u>Définition</u>**

On appelle force toute cause capable soit de déformer un corps, soit de modifier ou produire un mouvement.

I- 1. <u>Caractéristiques d'une force :</u>

Une force est caractérisée par 4 éléments :

- son point d'application : c'est le point du solide sur lequel agit la force.
- sa droite d'action : c'est la droite sur laquelle la force se déplace, appelée aussi direction ou support.
- son intensité : c'est la valeur de la force, exprimée en N, daN, Kgf.
- son sens : c'est la flèche qui indique le sens du déplacement de la force sur la droite d'action.

I- 2. <u>Unité d'une force :</u>

Le Newton ; Le déca Newton (daN) ; Le kilogramme force (kgf)

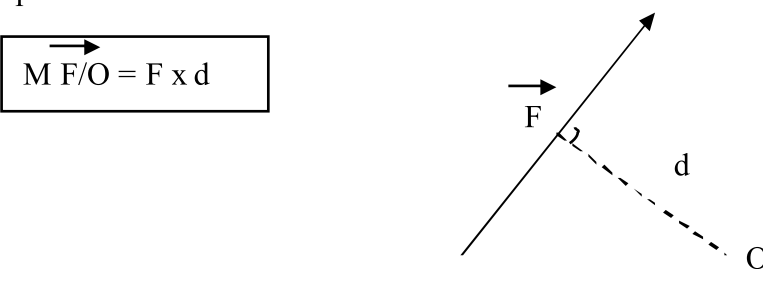
Le tonne force (tf) : $1daN = 10N = 1kg.f = 10^{-3}$ t.f

II- Moment d'une force par rapport à un point :

II – 1. Définition :

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un point est égal au produit de son intensité F par la distance d du point O à sa droite d'action.

$$M\,\vec{F}/O = F \times d$$



La distance d est perpendiculaire à la droite d'action de $\vec{F}$, **d** s'appelle le bras de levier

II – 2. Unité :

Un moment est le produit d'une force par une distance, son unité donc est :

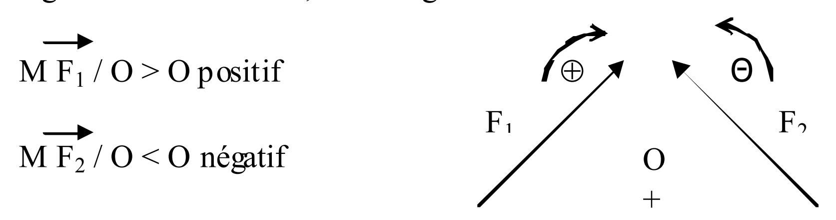
DaN.m ; kgf.m ; tf.m ; N.m

II –3. Signe d'un moment :

Par convention, un moment est positif si la force F tend à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, il est négatif dans le cas contraire.

$M\,\vec{F_1} / O > O$ positif

$M\,\vec{F_2} / O < O$ négatif



II – 4. Théorème de VARIGNON :

Le moment par rapport à un point A de la résultante d'un système de forces concourantes ou parallèles est égale à la somme des moments des forces composantes par rapports à ce point A.

$$M\,\vec{R}/A = M\,\vec{F_1}/_A + M\,\vec{F_2}/_A + M\,\vec{F_3}/_A \ldots\ldots + M\,\vec{Fn}/_A$$

III- Les diverses sollicitations :

III – 1. Les charges et les surcharges :

Dans le calcul des éléments d'un bâtiment, les charges font l'objet du premier travail de recherche. Dans ces calculs il faut tenir compte des :

a- Charges permanentes :

Sont le poids propre des éléments porteurs augmenté des poids des éléments incorporés à l'élément porteurs tel que (plafond ; les enduits ; revêtements…)

b- Surcharges d'exploitation :

b.1 Surcharges statiques :

Tel que le mobilier, Matériel et Matières de dépôts

b.2 Surcharges dynamiques :

Tel que les personnes, les machines ou organe mobile .

b.3 Les surcharges climatiques :

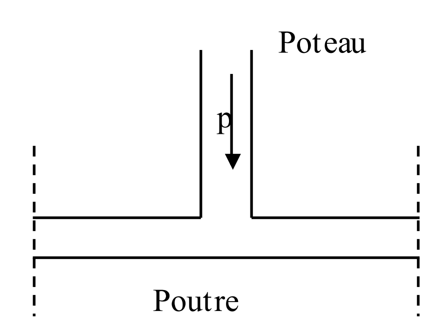
Le vent ; la neige…

III-2 Classification des charges :

a- Charges concentrées : (c.c)

On dit qu'une charge est concentrée lorsqu'elle agit sur une petite surface :

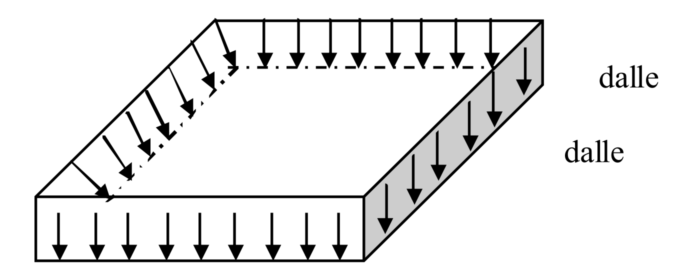
Poteau reposant sur une poutre



b- Charges réparties :

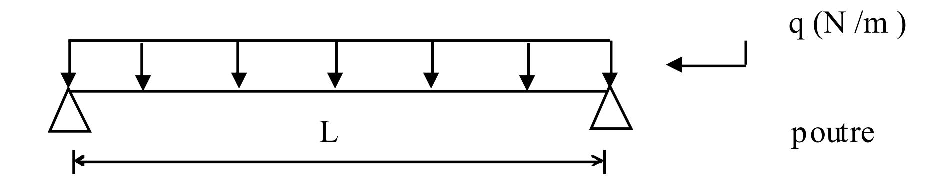
b.1 Charges uniformément réparties sur une surface :

On dit qu'une charge est uniformément répartie sur une surface lorsque toutes les parties de cette surface subissent la même force, cette charge s'exprime en N par unité de surface q (N/m²)



b. 2 Charges uniformément réparties sur une longueur (C.U.R)

C'est une charge qui agit par unité de longueur, elle peut être considérée comme une multitude de charges concentrées placées côte à côte, elle s'exprime en N par unité de longueur.



b.3 Charges réparties quelconque :

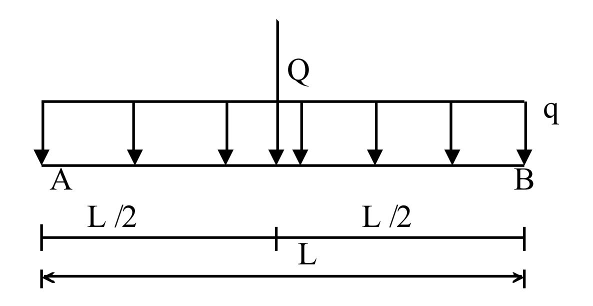
Dans ce cas la charge unitaire n'est plus constante elle varie tout le long de la pièce suivant une courbe : ex : charge triangulaire et charge trapézoïdale

c- Conclusion :

Les charges réparties peuvent être ramenées à une résultante et ensuite considérées comme une force simple.

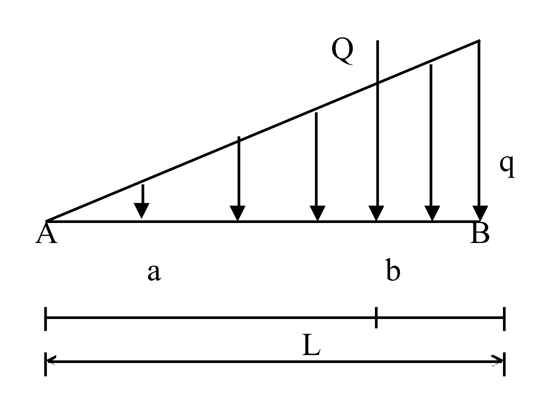
Exemples :

- Charges rectangulaires
- Charges trapézoïdales
- Charges triangulaires



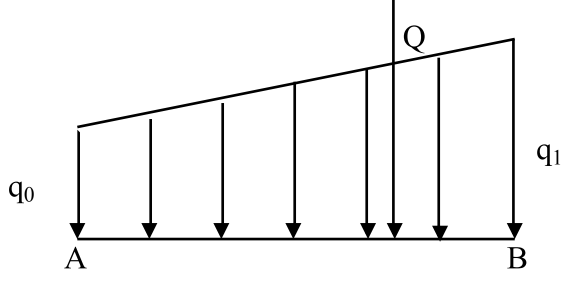
$$Q = q \times L$$

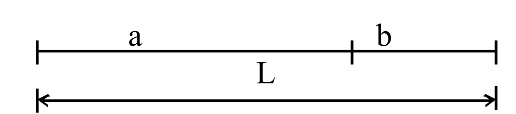
$$a = b = \frac{L}{2}$$



$$Q = q\,\frac{L}{2}$$

$$a = \frac{2L}{3}\ ;\ b = \frac{L}{3}$$





$$Q = \frac{(q_0 + q_1)}{2}L$$

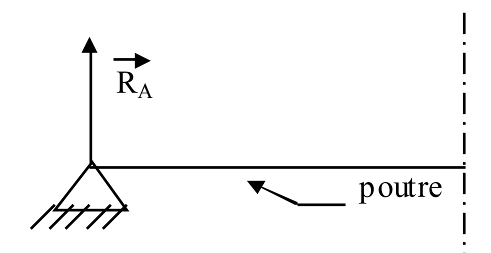
$$a = \left(\frac{q_0 + 2q_1}{q_0 + q_1}\right)\frac{L}{3}\ ;\ b = \left(\frac{2q_0 + q_1}{q_0 + q_1}\right)\frac{L}{3}$$

IV Les différents types d'appuis :

On distingue dans la pratique des constructions 3 types fondamentaux d'appuis :

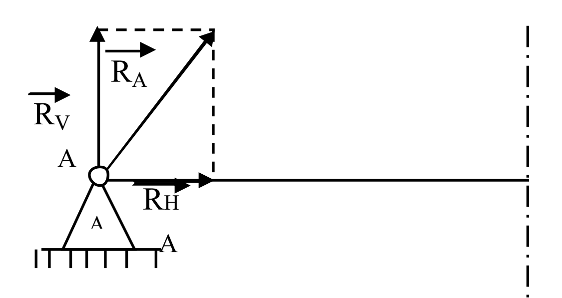
IV-1. Appui simple ou libre :

Un tel appui est réalisé dans les ouvrages importants tel que les ponts ou dans les constructions (bâtiments). Ce genre d'appuis donne lieu à une réaction R normale à $\vec{la}$ surface d'appui et ne s'oppose pas à un effort s'exerçant suivant l'axe longitudinal de la poutre. On aura donc qu'une seule inconnue à déterminer par appui d'où le nom d'appui simple qui se représente comme suit :



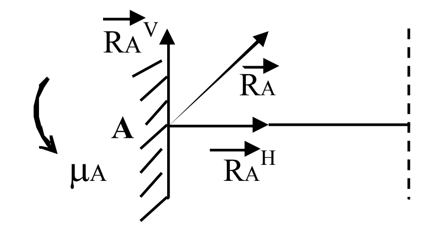
IV-2. Appui double ou à rotule :

Une rotule est une articulation sphérique qui permet une rotation en tous sens de l'une des pièces par rapport à l'autre. Un tel appui donne lieu à une réaction $\vec{R}$ de direction quelconque que l'on peut décomposer en une composante verticale $\vec{R_v}$ et une composante horizontale $\vec{R_H}$ il y a donc dans ce cas 2 inconnues à déterminer $\vec{R_H}$ et $\vec{R_v}$ d'où le nom d'appui double qui se représente comme suit :



IV-3. Appui triple ou encastrement:

Un tel appui donne lieu à une réaction de direction quelconque présentant une réaction verticale et une réaction horizontale et un moment d'encastrement μ . On a donc 3 inconnues à déterminer par appui d'où le nom d'appui triple qui se représente comme suit :

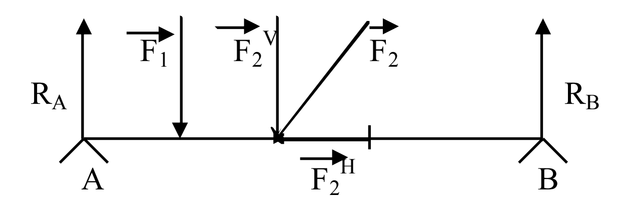


V- Calcul des réactions d'appuis :

V-1. Système de forces :

a- Système hypostatique : Si le nombre d'inconnus d'appuis est inférieur au nombre d'équation d'équilibre statique, la construction risque de s'écrouler

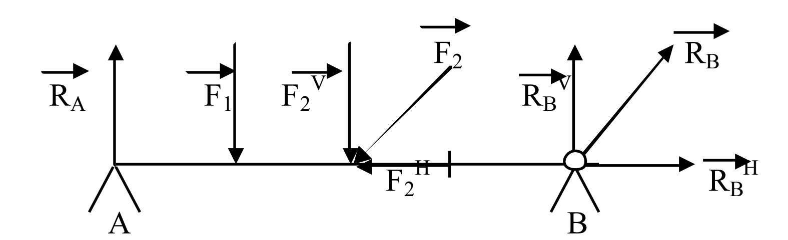
ex : poutre appuyant sur 2 appuis simples et recevant des charges de direction quelconques.



b- Système isostatique:

Si le nombre d'inconnus est égal au nombre des équations d'équilibre statique la poutre est stable et calculable par les équations d'équilibre statique seules.

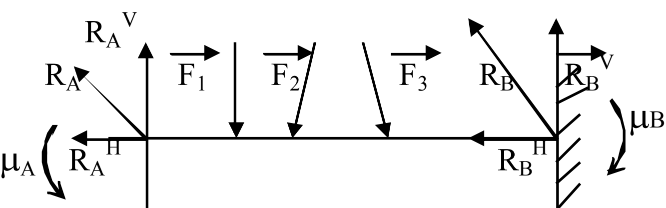
Ex : poutre à 2 appuis dont l'un est simple et l'autre est double.



c-Système hyperstatique :

Si le nombre d'inconnus d'appuis est supérieur au nombre d'équations d'équilibre statique la porte serait stable. Mais les équations d'équilibre statique ne permettraient pas de déterminer les inconnus d'appuis.

Ex : poutre encastrée à ses 2 extrémités.



Chaque appui introduit 3 inconnus il y a donc 6 inconnus à déterminer et seulement 3 équations d'équilibre statique.

V-2. Équations d'équilibre statique :

Pour calculer les réactions d'appuis on considère la pièce à étudier comme un solide libre en remplaçant ces appuis par les forces de réactions.
On écrit alors que cette pièce est en équilibre sous l'action des forces directement appliquées que l'on connaît et des réactions d'appuis qui sont inconnus par les équations d'équilibre statique :

$$\sum_{i=1}^{n} Fi / ox = \vec{0} \; ; \quad \sum_{i=1}^{n} Fi / oy = \vec{0} \; ; \quad \sum_{I=1}^{n} M \vec{Fi} / o = \vec{0}$$

B – Définir les caractéristiques géométriques d'une section.

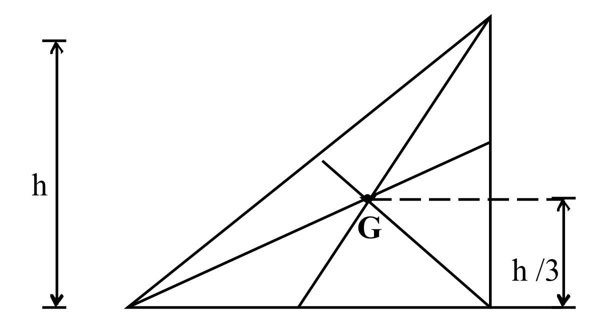
I. Centre de gravité :

I.1 Définition :

Le centre de gravité d'un corps est le point d'application de la résultante des actions de la pesanteur, sur toutes les parties de ce corps.
L'orsqu'une figure a un axe de symétrie, diamètre ou centre, le centre de gravité se situe sur cet élément.

Rappel pour le triangle :

Le centre de gravité d'un triangle se trouve à l'intersection des médianes.



I.2 centre de gravité des surfaces élémentaires :

La position du centre de gravité des surfaces élémentaires est définie dans les figures suivantes (voir tableau).

Centre de gravité des surfaces composées : les pièces de construction ne sont pas toutes de formes géométriques simples, il est toutefois possible par décomposition des surfaces complexes en surfaces simples d'en chercher le centre de gravité.

I.3 Recherche du centre de gravité d'une surface composée :

a- décomposer la surface donnée en surfaces simples dont les centres de gravité sont connus.
b- Établir la somme des moments de chaque surface simple par rapport à un axe de rotation.
c- Chercher la distance du c d g en divisant la somme des moments par l'aire totale de la pièce.
d- Réaliser les même calculs **b et c** par rapport à un autre axe perpendiculaire au premier.

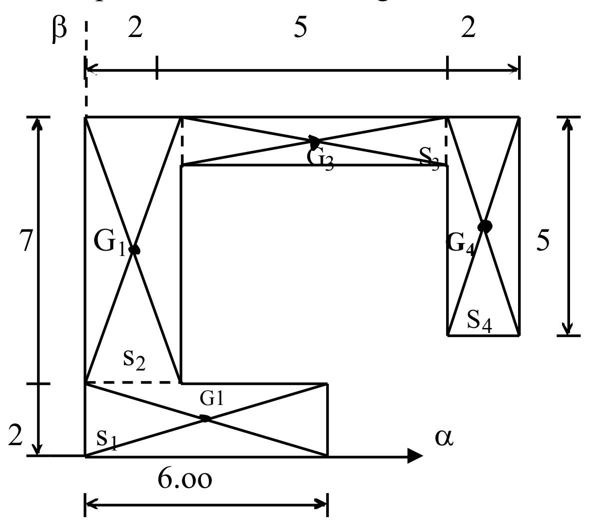
On aura alors :

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} Msi \ / B'B}{\sum_{i=1}^{n} si}$$

$$Y_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} Msi \ / \alpha'\alpha}{\sum_{i=1}^{n} Si}$$

Exemple d'application :

Déterminer la position du centre de gravité de l'élément suivant :



Surfaces si (en cm²)	Abscisses des si / cdg en cm	Moments des si / B'B	Ordonnés des si/cdg en cm	Moments des si
S1 = 6 x 2 = 12	3	36	1	12
S2 = 7 x 2 = 14	1	14	5,5	77
S3 = 5 x 1 = 5	4,5	22,5	8,5	42,5
S4 = 5 x 2 = 10	8	80	6,5	65
$\sum S_i = 41$		$\sum M s_i / y'y = 152{,}5$		$\sum M s_i / x'x = 196{,}5$

$$X_G = \frac{\sum M_{si} / y'y}{\sum si} = \frac{152{,}5}{41}$$

$$Y_G = \frac{\sum M_{si} / \alpha'\alpha}{\sum Si} = \frac{196{,}5}{41}$$

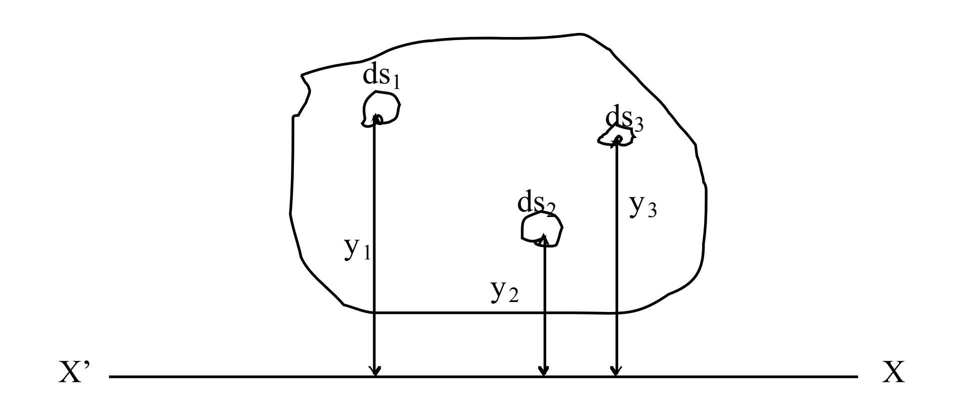
$X_G = 3{,}72$ cm

$Y_G = 4{,}79$ cm

II- Moment d'Inertie d'une surface :

II.1 Définition :

Soient une surface plane S et un axe XX' situés dans un plan.
Décomposons cette surface en une infinité d'éléments infiniment petits de surfaces ds_1 ; ds_2 ; ds_3 ; …… ;ds_n dont les distances à l'axe XX' sont respectivement $y_1 , y_2 , y_3 , …, y_n$.



Par définition, on appelle moment quadratique de la surface S par rapport à l'axe XX', la somme des produits de tous les éléments infiniment petits composant cette surface par les carrés de leurs distances respectivement à l'axe envisagé, soit :

$$I_{XX'} = ds_1 . y^2{}_1 + ds.y_2{}^2 + ds_3 . y^2{}_3 + …….. + ds_n. y^2{}_n$$

$$I_{XX'} = \int_{y_{min}}^{y_{max}} y^2 ds$$

Remarque :
Les axes passant par le centre de gravité d'une section s'appellent axes neutres.

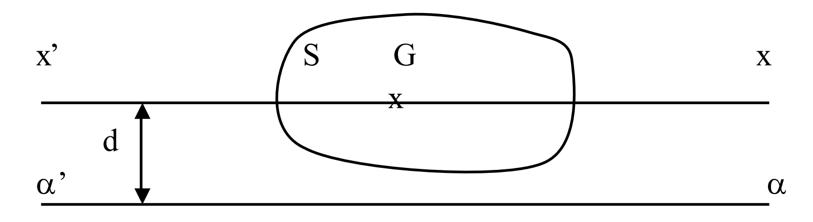
Unité :
Le moment d'inertie d'une surface s'exprime en cm^4 ou mm^4

Signe d'un moment quadratique :
Un moment quadratique est toujours positif.

II.2 Théorème de HUYGHENS :

Le moment quadratique d'une surface S par rapport à un axe α α' de son plan est égal à la somme :

- du moment quadratique de cette surface par rapport à l'axe x'x parallèle à l'axe α'αet passant par son centre de gravité .
- Du produit de l'aire de la surface par le carré de la distance des deux axes.



soit :

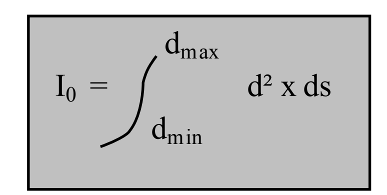
$$I_{\alpha'\alpha} = I_{x'x} + s d^2$$

II.3 Moment quadratique polaire :

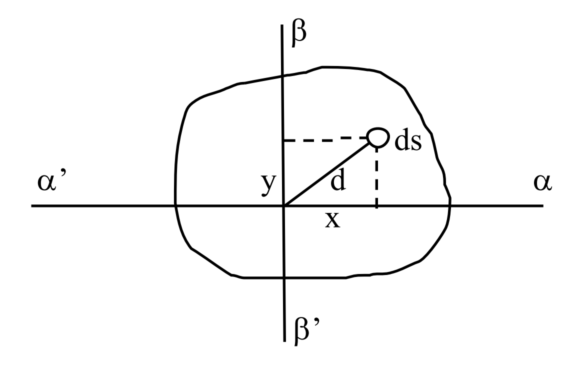
On appelle moment quadratique polaire, le moment quadratique d'une surface plane par rapport à un pôle O passant par un axe perpendiculaire au plan de la surface.

Soit :

$$I_o = d^2_{1.} ds_1 + d^2_2 \times ds_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + d^2_n \times ds_n.$$



$$I_0 = \int_{d_{min}}^{d_{max}} d^2 \times ds$$



On sait que $Io = \int_{d_{min}}^{d_{max}} d^2 \times ds$

Sachant que l'élément ds a comme coordonnés α et β.

On aura alors

$$d^2 = x^2 + y^2$$

$$Io = \int_{d_{min}}^{d_{max}} (x^2 + y^2)\, ds$$

$$= \int_{d_{min}}^{d_{max}} x^2\, ds + \int_{d_{min}}^{d_{max}} y^2\, ds$$

or $\int_{d_{min}}^{d_{max}} x^2\, ds = I_{\beta'\beta}$ et $\int_{d_{min}}^{d_{max}} y^2\, ds = I_{\alpha'\alpha}$

d'où

$$\boxed{Io = I_{\alpha\alpha'} + I_{\beta\beta'}}$$

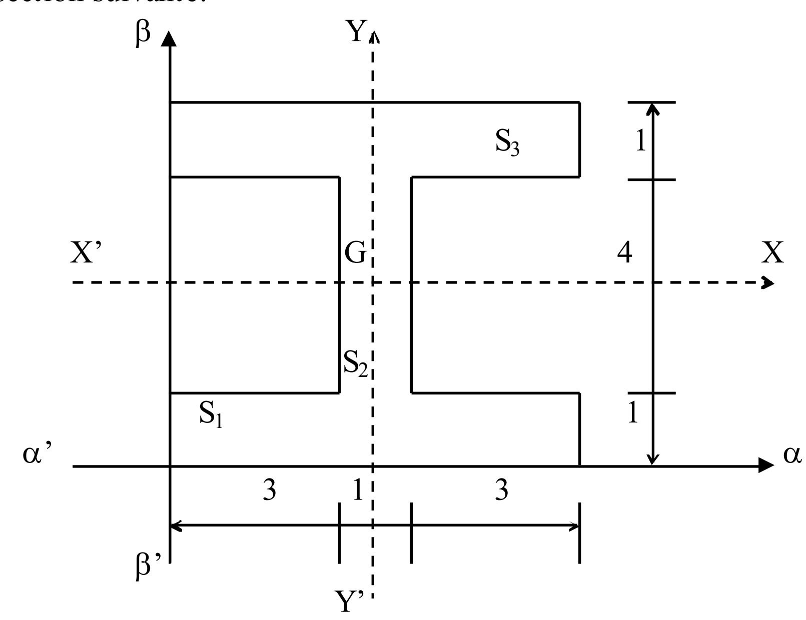
<u>Remarque :</u>

Généralement le pôle O est le centre de gravité de la surface et les axes sont les axes neutres.

II.4 Moment d'inertie d'une section composée :

Exemple d'application :

Calculer les moments d'inertie ci-après $I_{\alpha\alpha'}$, $I_{\beta\beta'}$, $I_{xx'}$, $I_{yy'}$ et en déduire le moment polaire I_G de la section suivante:



Les dimensions sont en cm

Calcul de $I_{\alpha'\alpha}$:

$$I\alpha'\alpha_s = I\alpha'\alpha_{s1} + I\alpha'\alpha_{s2} + I\alpha'\alpha_{s3}$$

$$= \frac{b_1 h_1^3}{3} + \left(\frac{b_2 h_2^3}{12} + b_2 \times h_2 \times d_1^2\right) + \left(\frac{b_3 h_3^3}{12} + b_3 h_3 \times d_2^2\right)$$

$$= \frac{7 \times 1^3}{3} + \left(\frac{1 \times 4^3}{12} + 1 \times 4 \times 3^2\right) + \frac{7 \times 1^3}{3} + 7 \times 1 \times (5,5)^2$$

$$I_{\alpha'\alpha} = 256 \text{ cm}^4$$

Calcul de $I_{\beta'\beta}$:

$$I_{\beta'\beta_s} = I_{\beta'\beta_{s1}} + I_{\beta'\beta_{s2}} + I_{\beta'\beta_{s3}}$$

$$= \frac{h_1 b_1^3}{3} + \frac{h_2^3 b_2}{12} + b_2 \times h_2 \times d_1^2 + \frac{h_3 b_3^3}{3}$$

$$= \frac{1 \times 7^3}{3} + \frac{4 \times 1^3}{12} + 4 \times 1 \times (3,5)^2 + \frac{1 \times 7^3}{3}$$

$$I_{\beta'\beta} = 278 \text{ cm}^4$$

Calcul de Ix'x:

$$I\,x'x_s = I\,x'x_{s1} + I\,x'x_{s2} + I\,x'x_{s3} \qquad (1)$$

Ou

$$I_{x'x} = I_{\alpha'\alpha} - Sd^2 \qquad (2)$$

$$Ix'x = Ix'x_{s1} + Ix'x_{s2} + Ix'x_{s3}$$

$$= \frac{b_1 h_1^3}{12} + s_1 d_1^2 + \frac{b_2 h_2^3}{12} + \frac{b_3 h_3^3}{12} + s_2 d_2^2$$

$$= \frac{7\times 1^3}{12} + 7\times 1\times (2{,}5)^2 + \frac{1\times 4^3}{12} + \frac{7\times 1^3}{12} + 7\times 1\times (2{,}5)^2$$

$$Ix'x = 94\ cm^4$$

Ou $Ix'x = I\alpha'\alpha - sd^2$

$= 256 - 18 \times (3)^2$

$Ix'x = 94\ cm^4$

Calcul de Iy'y:

$$I_{y'ys} = I_{y'ys1} + I_{y'ys2} + I_{y'ys3}$$

ou

$$I_{y'ys} = I_{\beta'\beta s} - sd^2$$

$$Iy'y_s = Iy'y_{s1} + Iy'y_{s2} + Iy'y_{s3}$$

$$= \frac{h_1 b_1^3}{12} + \frac{h_2 b_2^3}{12} + \frac{h_3 b_3^3}{12}$$

$$I_{y'ys} = 57{,}5\ cm^4$$

Ou $I_{y'y} = I_{\beta'\beta} - sd^2 = 278 - 18 \times (3{,}5)^2 = 57{,}5\ cm^4$

Calcul de I_G

$$\mathbf{I_G = I_{x'x} + I_{y'y}}$$

$$\mathbf{I_G = 94 + 57.5 = 151.5\ cm^4}$$

III- Rayon de giration :

III- 1. Définition :

Le rayon de giration d'une section est égal à la racine carré du quotient du moment quadratique de cette section par rapport à un axe neutre par la surface totale de la section. Soit :

$$r_{x'x} = \sqrt{\frac{I_{x'x}}{S}} \quad ; \quad r_{y'y} = \sqrt{\frac{I_{y'y}}{S}}$$

III-2. Unité :

Le rayon de giration d'une section s'exprime en cm ou m.

III- 3. Rayon de giration des sections simples :

1- Rectangle

$$r_{x'x} = \sqrt{\frac{I_{x'x}}{S}}$$

$$I_{x'x} = \frac{bh^3}{12} \qquad S = b \times h$$

$$r_{x'x} = \sqrt{\frac{bh^3/12}{b \times h}} = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}}$$

$$r_{x'x} = \frac{h}{2\sqrt{3}} = \frac{b\sqrt{3}}{6}$$

$$r_{y'y} = \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{b\sqrt{3}}{6}$$

2- Cercle

$$r_{x'x} = r_{y'y} = \sqrt{\frac{\pi R^4/4}{\pi R^2}} = \sqrt{\frac{R^2}{4}} = \frac{R}{2} = \frac{D}{4}$$

$$r_{x'x} = r_{y'y} = \frac{R}{2} = \frac{D}{4}$$

IV- Noyau central

IV- 1. Définition :

Le noyau central est un contour limitant le domaine ou la surface de l'application de la charge pour que la pièce soit entièrement sollicitée par cette charge.

Exemple :

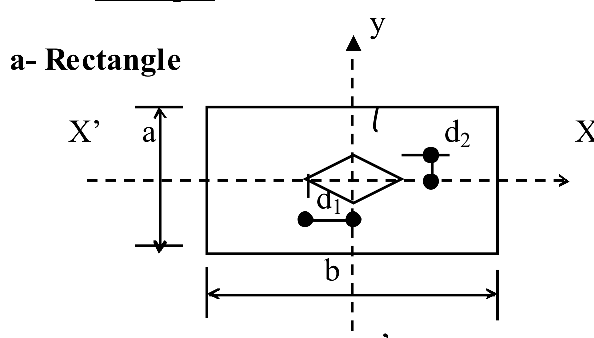
$$d_1 = \frac{(\text{rayon de giration})^2}{v}$$

d_1 : distance du C.D.G à l'extrémité du noyau
v : la fibre la plus éloignée de l'axe neutre

Si la charge est un effort de compression alors le noyau central est le contour où on doit appliquer cet effort pour que la pièce soit entièrement comprimée.

IV- 2. Exemple :

a- Rectangle



$d_1 = (Iyy'/s)/ (b/_2)$ $d_2 = (Ixx'/s)/ (a/_2)$

$d_1 = (\frac{ab^3}{12} / ba)/ (b/_2)$ $d_2 = (ba^3/ ba)/ (a/_2)$

$d_1 = b/_6$ $d_2 = a/_6$

b- Cercle

$d = (Ixx'/s) / (d/_2)$

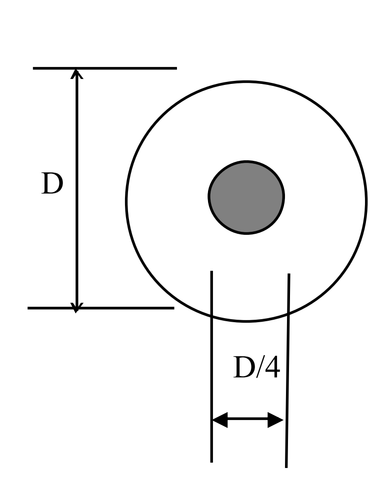
$Ixx' = Iyy' = \pi R_4$

$$d = \left(\frac{\pi R^4}{4} / \pi R^2\right) / R$$

$d = R/ 4 = D/ 8$

$$d = \frac{R}{4} = \frac{D}{3}$$

$\pi R4/\pi R2$



C- <u>Calculer les contraintes correspondantes aux différentes sollicitations simples</u>

I. <u>Définition exacte du domaine d'application de la RDM</u>

L'étude de la résistance des matériaux se décompose en deux parties distinctes qui sont.

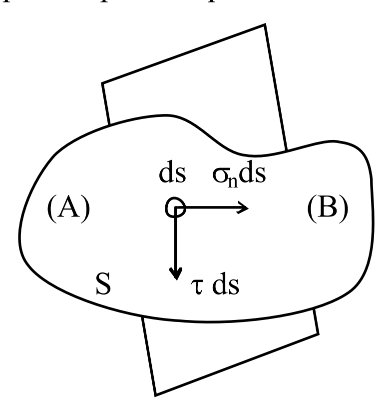
I- 1. La STATIQUE, science qui permet de déterminer dans des conditions bien précises, la valeur des forces agissant sur un élément ou dans un élément.

I- 2. La RESISTANCE proprement dite, science semi-empirique (c'est à dire basé sur le résultat d'essais et d'expériences) traitant l'étude du comportement des matériaux soumis à l'influence des forces.

Pratiquement, ces deux parties sont intimement liées l'une à l'autre, le comportement d'un matériau étant tributaire des efforts qu'il supporte, le matériau étant défini lui-même par ses caractéristiques mécaniques.

I- 3. Notion de contrainte
Tout corps solide soumis à des efforts n'est strictement indéformable, tel que par exemple le ressort qui s'allonge sous un effet de traction et la planche qui plie sous une charge. Toutefois, si la charge n'est pas importante, les corps qui se déforment ne se rompent pas autant c à d qu'il s'établit à la fois un équilibre extérieur (déterminé par la statique graphique) et un équilibre intérieur (déterminé par la résistance des matériaux). Cet équilibre intérieur nous amène à définir la notion de contrainte.

Considérons un corps solide quelconque en équilibre sous l'action d'un système de forces.



Par définition, σ est le vecteur contrainte relatif à l'élément de surface ds, dont la direction est quelconque dans l'espace que l'on peut décomposer suivant deux projections :

- Une projection sur le normale à l'élément ds, qu'on appelle contrainte normale $\vec{\sigma n}$, qui peut être une compression ou une traction suivant que les parties (A) et (B) sont pressées ou non l'une vers l'autre à travers l'élément de surface ds.
- Une projection sur le plan tangent à l'élément ds qu'on appelle contrainte tangentielle $\vec{\tau}$

II. 1- TRACTION

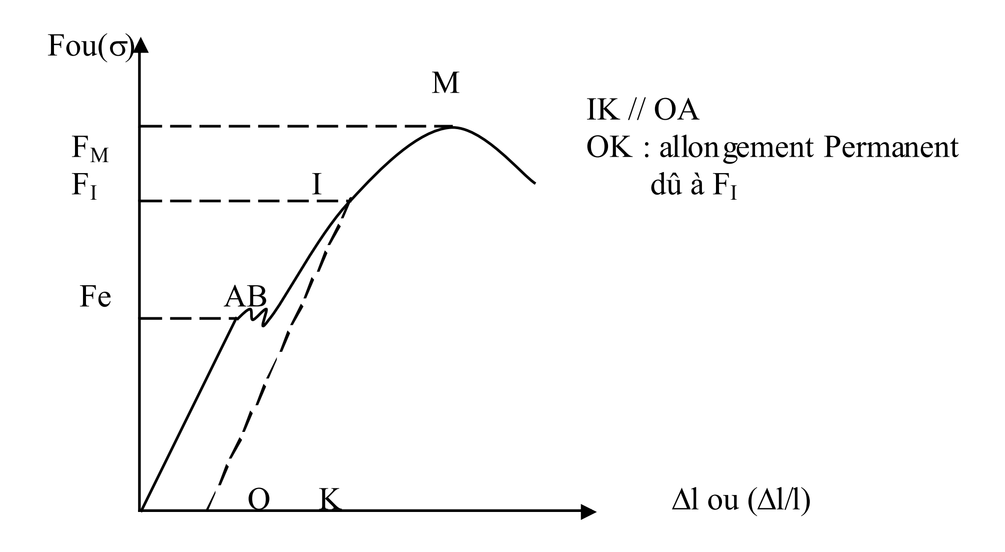
Essai de traction

Il est réalisé sur une éprouvette d'acier doux, en exerçant un effort de traction F variable qui correspond à un allongement de l'éprouvette.

On peut tracer la courbe représentant les variations de l'allongement Δ L en fonction de F la courbe ainsi obtenue est appelée :

« Diagramme des déformations » (effort - allongement)

on (contrainte (σ) – allongement unitaire $\Delta L/_L$)



a/ <u>Définition élastique</u>

C'est une droite OA, si on supprime l'effort l'éprouvette reprend sa longueur initiale.

✳ **Limite d'élasticité :**

$$\sigma_e = F_e / S$$ en kgf / cm²

✳ **Allongement unitaire :**

$$\varepsilon = \Delta L / L = \frac{\text{allongement}}{\text{longueur initiale}}$$

✳ **Module de Young ou Module d'élasticité longitudinale.**

$$E = \sigma / \varepsilon$$

σ : Contrainte $\sigma = F/S$ daN / cm²

ε : Sans unité

E : Module de Young en daN / cm²

✳ **Relation entre le rétrécissement relatif du diamètre et l'allongement relatif :**

$$\Delta d/d = 0,3\ \Delta L/L$$

0,3 :coefficient de poisson (pour l'acier = 0,3)

b/ Le palier de plasticité AB

L'éprouvette a perdu son élasticité et commence à s'allonger même avec un effort de traction constant.

c/ Déformation permanente BC

Si on fait croître l'effort de traction au delà de F_e , la déformation augmente rapidement.
Si on décroît l'effort de traction de F_I à 0,l'éprouvette ne reprend jamais sa longueur initiale, elle conserve certain allongement permanent de longueur OK.
Pendant cette phase la diminution de la section de l'éprouvette devient visible et se localise quand l'effort atteint la valeur F_M :
C'est le phénomène de **striction**, un effort inférieur à F_M peut casser l'éprouvette au droit de la striction.

d/ Inéquation d'équarrissage

Les contraintes σ sont des forces unitaires intérieures à l'ensemble de la poutre. Elles ne présentent aucun danger tant qu'elles n'atteignent pas la limite éastique:



Poids propre négligé	**Poids propre non négligé**
- Contrainte constante : σ **= F/S** - allongement : **Δ L =** $\frac{F.L}{E.S}$ - Équation d'équarrissage : **F/S≤ Rp**	- Contrainte variable: $\sigma_{Max} = \frac{F}{S} + \frac{P}{S}$ - allongement : $\Delta L = \frac{FL}{E.S} + \frac{1}{2}\frac{PL}{E.S}$ - Équation d'équarrissage : $\frac{F + P}{S} \leq Rp$

Unités usuelles

Module de Young E: daN / mm² ou daN / cm²

Résistance pratique $Rp = \frac{Re}{s}$ daN / mm² ou daN / cm²

Limite d'élasticité σe : daN / mm² ou daN / cm²

Coefficient de sécurité s : Sans unité

Contrainte σ: daN / mm² ou daN / cm²

Force F: daN

Poids P: daN

Section S : mm² ou cm²

Longueur L : mm ou cm

Allongement ΔL : mm ou cm

II.2 COMPRESSION

L'essai de compression sur une éprouvette donne un diagramme analogue à celui de traction.
On retrouve une phase de déformation élastique, une phase de déformation permanente et la rupture.
Le palier de plasticité et la striction n'existent pas.

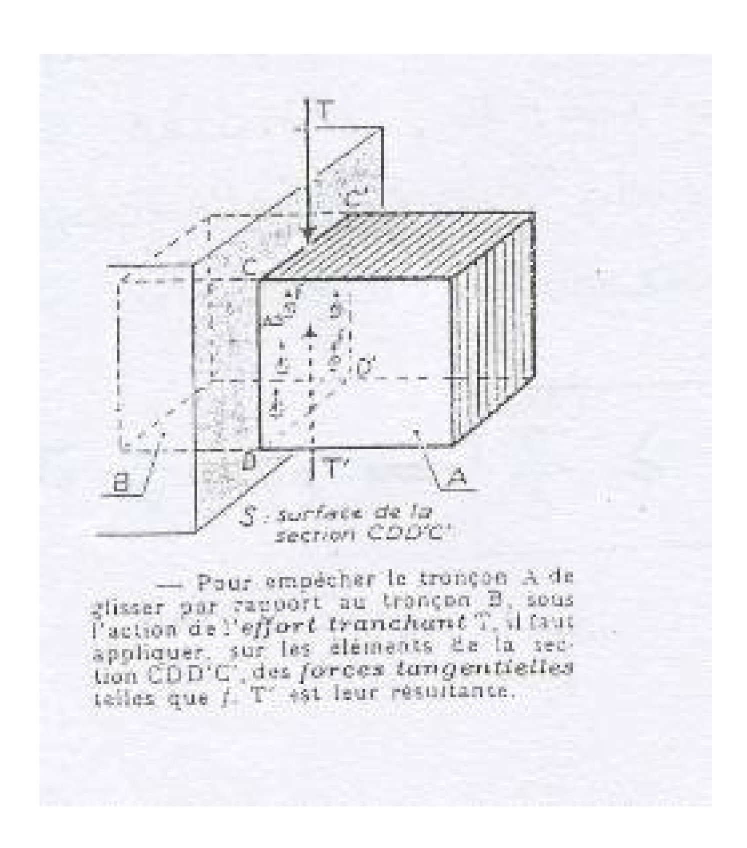
Poids propre négligé	**Poids propre non négligé**
Contrainte constante : $\boldsymbol{\sigma = F/s}$	Contrainte variable : $\sigma_{Max} = \frac{F}{S} + \frac{P}{S}$
Raccourcissement : $\Delta L = \frac{F.L}{E.S}$	Raccourcissement : $\Delta L = \frac{F.L}{E.S} + \frac{1}{2}\frac{P.L}{E.S}$
Inéquation d'équarrissage : $\boldsymbol{F/s \leq Rp}$	Inéquation d'équarrissage : $\frac{F+P}{S} \leq Rp$

II.3 CISAILLEMENT

1- <u>Essai de cisaillement</u>

Sur un prisme encastré à une extrémité, on applique le plus près possible de la section d'encastrement, un effort tranchant T perpendiculaire à son axe xx' uniformément réparti le long de cc'

En faisant croître progressivement cet effort, on peut observer – comme pour l'extension et la compression – une période de glissements élastiques, puis une période de glissements non élastiques suivie de la rupture par cisaillement on définit ainsi une limite d'élasticité au glissement Reg et une résistance à la rupture.



— Pour empêcher le tronçon A de glisser par rapport au tronçon B, sous l'action de l'*effort tranchant* T, il faut appliquer, sur les éléments de la section CDD'C', des *forces tangentielles* telles que *f*. T' est leur résultante.

Schéma

2/ Contrainte tangentielle de cisaillement

Chaque unité de surface de la section cDD'c' supporte le même effort, la valeur τ (tau) de cet effort est égal au quotient de l'effort tranchant **T** par la surface **S**

de la section considérée . cet effort τ
s'appelle **contrainte tangentielle**, parce qu'il s'exerce tangentiellement au plan de la section cisaillée :

$$\tau = \frac{T}{S}$$ en N / mm²

3/ condition de résistance au cisaillement

Pour qu'une pièce sollicitée au cisaillement résiste en toute sécurité, il faut que la contrainte tangentielle soit au plus égale à la résistance pratique au cisaillement Rpg

$$\tau \leq \mathbf{Rpg} \Rightarrow \frac{T}{S} \leq Rpg$$

valeurs maximales des contraintes tangentielles pour quelques sections :

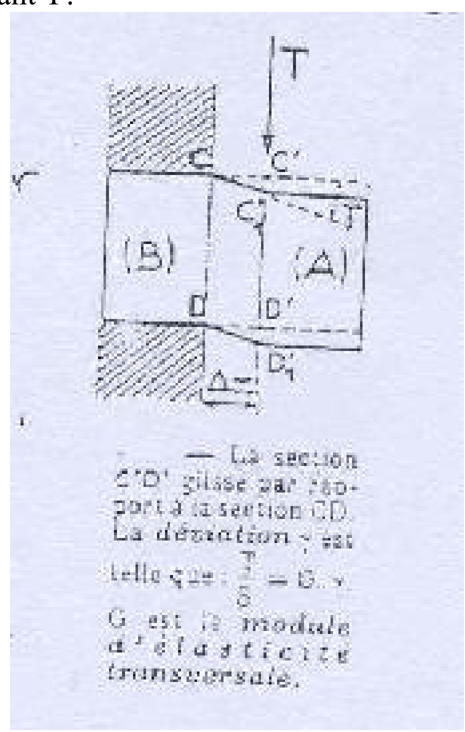
Pour des sections rectangulaires : $\tau_{Max} = 3/2\ \tau moy$

Pour des sections circulaires : $\tau_{Max} = 4/3\ \tau moy$

Pour des sections **I** : $\tau_{Max} = \dfrac{T}{\text{Section âme seule}}$

4/ <u>Formule de déformation élastique</u>

Soient : CD la section située au droit de l'encastrement. C'D' la section infiniment voisine de CD, située à une distance Δx de celle-ci et dans le plan de laquelle s'exerce l'effort tranchant T.



Schéma

Après déformation C'D' vient en $C'_1D'_1$ et la longueur $C'C'_1$ mesure le glissement transversal

Nous appellerons déviation le

Rapport $\frac{c'c'_1}{\Delta x}$; l'angle γ peut servir à la caractériser.

La déformation étant élastique, par hypothèse, le glissement est très petit ; il en est de même de l'angle γ .

Par suite, si γ est exprimé en radians :

$$\frac{c'c'_1}{\Delta x} = tg\,\delta \cong \delta$$

la déviation γ est directement proportionnelle à l'effort tranchant, inversement proportionnelle à la section S . En outre, elle dépend de la nature du matériau considéré ; d'où la relation :

$$\boxed{\delta = \frac{1}{G} \cdot \frac{T}{S}}$$

Où G est module d'élasticité transversale pour les métaux

G = 0,4 E

<u>Exemple :</u>

Le module d'élasticité longitudinale d'un acier étant **E = 200 000 N/mm²**, son module d'élasticité transversale est :

G = 80 000 N/mm²

II.4- FLAMBAGE

L'essai de flambage est un essai comparable à celui de compression. Il se fait sur des pièces longues.
La charge appliquée est lentement croissante, cependant on constate que pour une certaine valeur de la charge appelée **charge critique**, la pièce fléchit brusquement :

$$Fcr = \frac{\pi^2.E.I_{yy'}}{Lc^2}$$

Formule d'Euler

$I_{yy'}$: moment d'Inertie minimum de l'aire de la section
E : Module d'élasticité longitudinale
Lc : longueur de flambage de la poutre

Remarque : La formule d'Euler n'est valable que si :

$$\frac{Lc}{\sqrt{\frac{I_{yy'}}{S}}} \rangle 110$$

Cherchons la contrainte critique :
1°/ Déterminer le moment quadratique

Ex : pour une section rectangulaire $I_{yy'} = \frac{ba^3}{12}$

2°/ Déterminer le rayon de giration

$$r = \sqrt{\frac{I_{yy'}}{S}}$$

3°/ Calculer ce qu'on appelle l'élancement de la pièce : $\lambda = \frac{Lc}{r}$

4°/ La contrainte critique est :

$$\sigma cr = \frac{Fcr}{S} = \frac{\pi^2.E.I_{yy'}}{Lc^2.S} ou \frac{\pi^2.E.r^2}{Lc^2} ou \frac{\pi^2.E}{\lambda^2}$$

$$\sigma cr = \frac{\pi^2.E}{\lambda^2}$$

Pour que la pièce ne flambe pas, il faut que la contrainte de compression **σ = F/S** soit inférieurs à la contrainte critique

$$\sigma = \frac{F}{S} \langle \sigma cr$$

II.5- FLEXION

Une pièce soumise à la flexion a tendance à se rompre non seulement sous l'effet du moment fléchissant mais aussi à être cisaillée sous l'effet de l'effort tranchant.

Le moment fléchissant et l'effort tranchant interviendront d'une façon importante dans le calcul des dimensions d'une poutre.

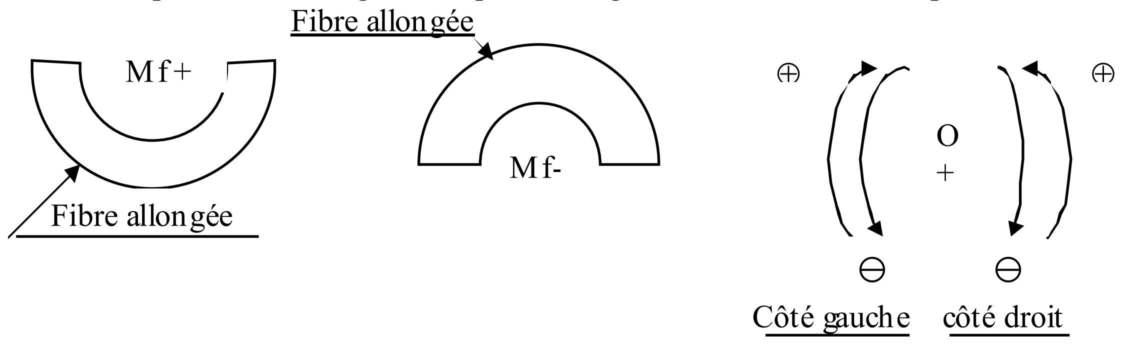
1°/ <u>Moment fléchissant</u>

a/ <u>Définition</u>

Le moment fléchissant dans une section déterminée d'une pièce est la somme algébrique des moments par rapport au centre de gravité de cette section, de toutes les forces extérieures (couples, réactions d'appuis, charges concentrées) situées d'un même côté de celle-ci.

b/ <u>Convention des signes</u>

On admet qu'un moment est positif lorsque la flexion provoque un allongement de la fibre inférieure de la poutre. Il est négatif lorsque l'allongement affecte la fibre supérieure.



✳ Unités : daN.m ; kgf.m ; tf.m

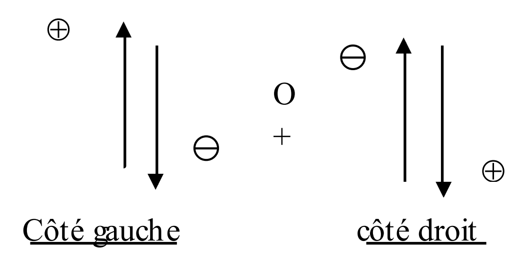
2°/ <u>Effort tranchant</u>

a/ <u>Définition</u>

L'effort tranchant dans une section déterminée d'une pièce est la somme algébrique de toutes les forces extérieures situées d'un même côté de cette section.

b/ <u>Convention des signes</u>

L'effort tranchant est positif quand le tronçon de gauche tend à monter par rapport au tronçon de droite. Il est négatif dans le cas contraire.



✳ Unités : daN ; kgf ; tf

3°/ Calcul des contraintes

a/ Contrainte normale

Lorsqu'une poutre fléchit :

- La partie **supérieure** de la poutre **se raccourcie par compression**.
- La partie **inférieure** de la poutre **s'allonge par traction**.

Entre ces deux zones, il existe une partie longitudinale qui n'a subit ni allongement, ni raccourcissement, elle passe par le centre de gravité : c'est **l'axe neutre** ou **fibre neutre.**

Sous l'effet du moment fléchissant Mf, les divers éléments de section droite de la pièce ne sont soumis qu'à des contraintes normales de traction ou de compression.

Les contraintes varient avec y, les plus grandes contraintes sont au niveau des fibres extrêmes qui correspondent à y max.

Pour que la pièce soit stable, il faut donc que **la plus grande contrainte** de traction soit inférieure au taux de travail limite à la traction Rp du matériau, et que la plus grande contrainte de compression soit inférieure au taux de travail limite à la compression R'p

$$\sigma \max = \frac{Mf_{\max}}{I / v} \leq Rp$$

N.B : y étant la distance entre la contrainte et l'axe neutre.

b/ Contrainte tangentielle

La contrainte tangentielle est dûe à l'action de l'effort tranchant, c'est une contrainte de cisaillement.

La contrainte tangentielle moyenne :

$$\tau_{moy} = \frac{T_{\max}}{S}$$

T : effort tranchant max en kgf ou daN
S : mm² ou cm² (section)

τ_{moy} : daN/mm² ou kgf/cm²

✳ **Les contraintes tangentielles maximales pour certaines surfaces sont :**

- pour des sections rectangulaires $\tau_{max} = 3/2\ \tau_{moy}$
- pour des sections circulaires $\tau_{max} = 4/3\ \tau_{moy}$
- pour des sections en **I** $\tau_{max} = \dfrac{T_{max}}{\text{Section âme seule}}$

I ⟵ âme

$$\tau_{max} \leq Rpg$$

Module:6 CONNAISSANCE DE LA RESISTANCE DES MATERIAUX
GUIDE DES TRAVAUX PRATIQUES

I. TP 1 : intitulé du TP ***CALCUL DES REACTIONS D'APPUIS***

I.1. Objectif(s) visé(s) :

- Apprendre au stagiaire comment déterminer les réactions d'appuis des différents types d'appuis existants (appui simple, appui double, appui triple)

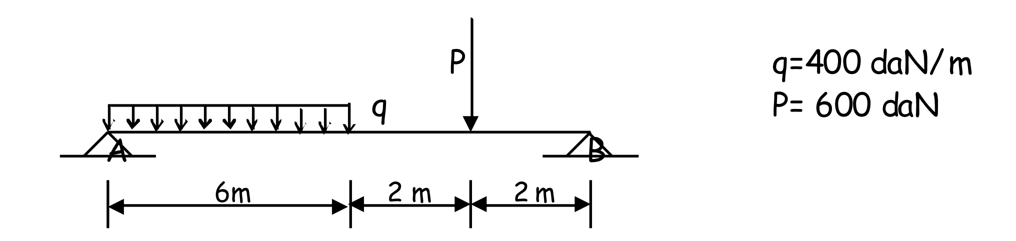
I.2. Durée du TP :

5 heures……………………………………………………

I.3. Description du TP :

Exercice I

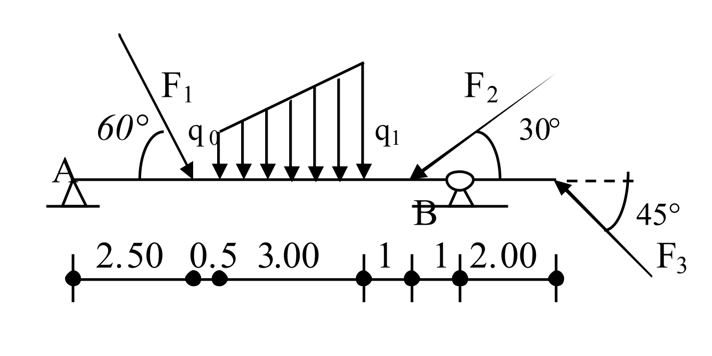
Une poutre droite en équilibre repose sur deux appuis simples A etB et chargée comme il est indiqué sur la figure.



- Déterminer les réactions d'appuis R_A et R_B .

Exercice II

Déterminer analytiquement les réactions d'appuis R_A et R_B de la poutre représentée ci dessous :



On donne :

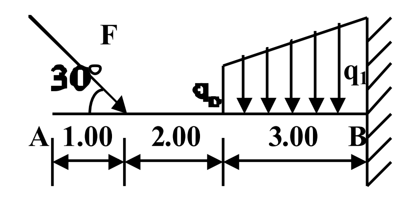
F_1 = 300 daN q_0 = 50 daN/m

F_2 = 200 daN q_1 = 150 daN/m

F_3 = 250 daN

Exercice III

Déterminer les réactions d'appuis de la poutre ci- dissous analytiquement.



F = 400 daN
q_0 = 50 daN/m
q_1 = 150 daN/m

TP 2 : intitulé du TP ***CALCUL DES CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES D'UNE SECTION***

II.1. Objectif(s) visé(s) :

- Déterminer les caractéristiques géométriques d'une section quelconque (simple ou complexe)

II.2. Durée du TP:

2 heures

....

II.3. Description du TP :

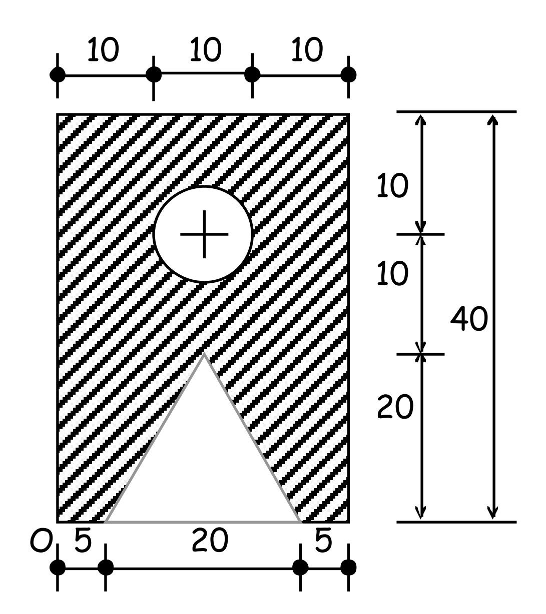
On veut déterminer les caractéristiques géométriques de la section suivante :

1. Trouver le centre de gravité de la section par rapport aux axes AA' et BB'
2. Calculer :

   a – les moments d'inertie par rapport aux axes neutres XX'etYY' et en déduire le moment d'inertie polaire.

   b – les rayons de giration par rapport aux axes neutres

On prend O comme origine des axes AA' et BB'



TP 3 : intitulé du TP ***CALCUL DES CONTRAINTES ET DIMENSIONNEMENT DES POUTRES***

III.1. Objectif(s) visé(s) :

- Calculer les contraintes des différentes sollicitations.
- Dimensionner les poutres.

III.2. Durée du TP:

4 heures……………………………………………………

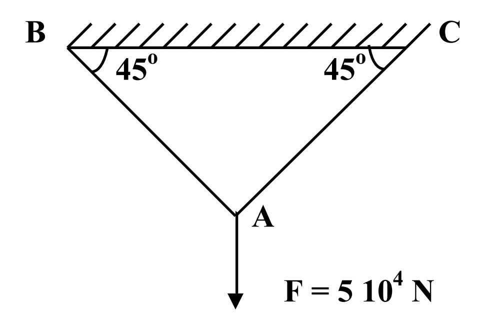
III.3. Description du TP :

III. *Exercice I*

Une console constituée de deux barres d'acier **AB** et **AC** de module d'élasticité $E = 2\ 10^5$ N/mm^2, elles ont même longueur L = 3 m.

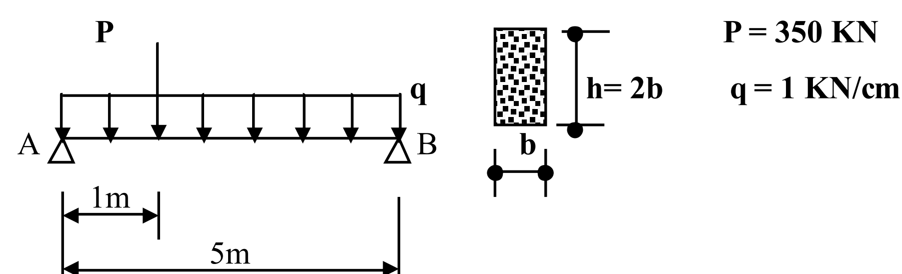
La section constante de la barre **AB** est $S_1 = 400$ mm^2 celle de **AC** est $S_2 = 600$ mm^2.

Calculer le déplacement du point **A** sous l'action de la charge verticale $F = 5\ 10^4$ N.



Exercice II

Une poutre droite en équilibre appuyée sur deux appuis simples , supporte une charge uniformément répartie **q** et une charge concentrée **P** appliquée à 1m de l'appui gauche **A** (voir figure).



1° Déterminer les actions de contact aux appuis A et B .

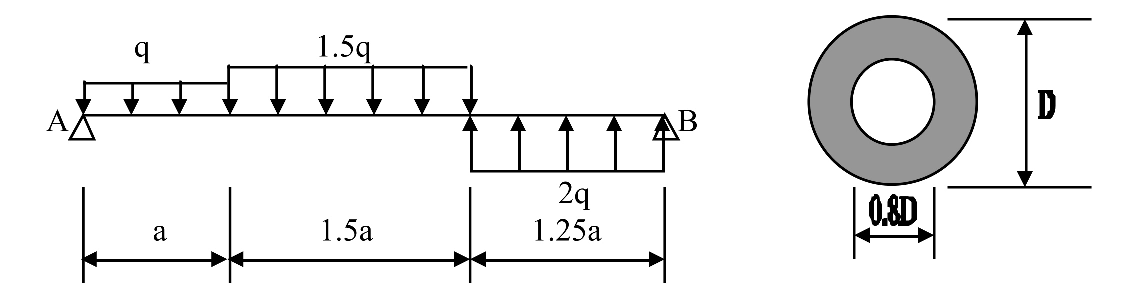
2° Etablir les équations des moments fléchissants et des efforts tranchants le long de la poutre. Tracer les épures correspondantes.

3° Sachant que la section de la poutre est rectangulaire et que la hauteur h est égale à 2 fois la largeur b, dimensionner la poutre en prenant la contrainte admissible de flexion : $\overline{\sigma}$ **=284 daN/ cm²**.

4° Vérifier la résistance de la poutre au cisaillement sachant que $\overline{\tau}$ **= 20 MPa**

Evaluation de fin de module

Soit à dimensionner la poutre tubulaire suivante :



On donne : **q = 8 KN/ m ; a = 2 m**

1- Calculer les réactions d'appuis.
2- Calculer les moments fléchissants et les efforts tranchants le long de la poutre et tracer les épures correspondantes.
3- Déterminer le moment d'inertie de la section droite de la poutre par rapport aux axes neutres.
4- Trouver les dimensions de la section de la poutre sachant que : $\overline{\sigma}$ **=10^5 KN/m²**
5- Vérifier la poutre au cisaillement. On donne $\overline{\tau}$= 45 bars

Liste des références bibliographiques.

Ouvrage	Auteur	Édition
Cours de résistance des matériaux	R. MONTAGNER	EYROLLES
Cous de résistance des matériaux	Armand GIET (1et 2)	DUNOD
Problèmes de RDM	Armand GIET (1 et 2)	DUNOD
Programme de RDM (OFPPT)	OFPPT	

NB : Outre les ouvrages, la liste peut comporter toutes autres ressources
Jugées utiles (Sites Internet, Catalogues constructeurs, Cassettes, CD, …